

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Relationale Einbettungszahlen und Ordnungsrelationen**

1. Die Ordnungsrelationen der Peirce-Bense-Semiotik sind von mir schon in Toth (1996) behandelt worden, vgl. auch Toth (2006/08, S. 64 ff.). Nach Toth (2012a) sind relationale Einbettungszahlen (REZ) definiert durch ein Paar

$$RE = \langle m, n \rangle,$$

aus  $m \in$  Peanozahlen und einem  $n$ -stufigen Einbettungsoperator, und eine ihrer auffälligsten Eigenschaften, wie bereits in Toth (2012b) bemerkt, besteht darin, daß bei ihnen im Gegensatz zu den Benseschen Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 ff.) Dualia und Konversionen nicht zusammenfallen, vgl.

$$\times(1.3) = (1.3)^{\circ} = (3.1),$$

hingegen

$$\times[1, 2] \neq [1_{-1}, 1]$$

$$\times[1, 3] \neq [1_{-2}, 1]$$

$$\times[2, 3] \neq [1_{-2}, 2].$$

Allgemein gilt also

$$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$$

und daher

$$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)],$$

d.h. jede REZ ist eine Menge von zwei REZ

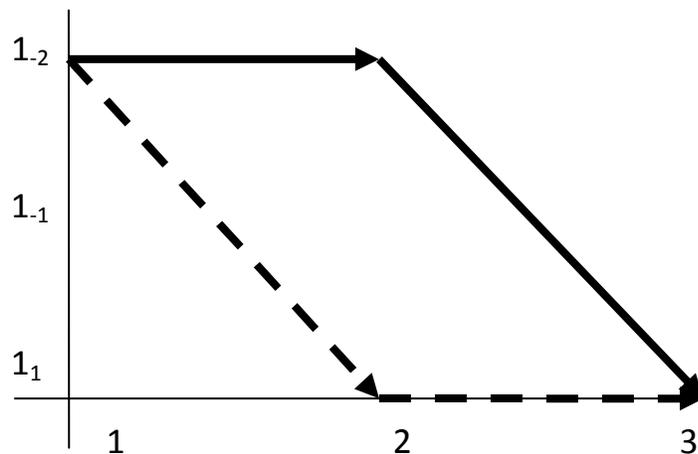
$$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}.$$

2. Nehmen wir als erstes Beispiel die Peirce-Bensesche Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) und deren duale Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3). In der entsprechenden REZ-Relation ausgedrückt:

$$R_{\text{REZ}} = [[[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2]], [1, 3]]$$

$$R_{\text{REZ}} \circ = [[1_{-2}, 1], [[1_1, 2], [1_1, 3]]]$$

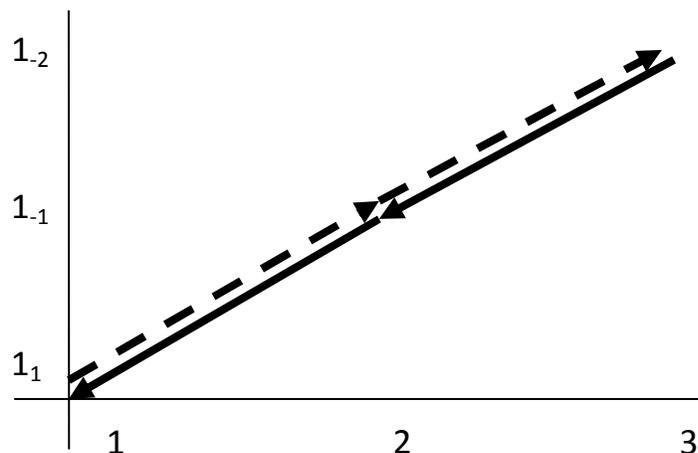
Ihr graphische Darstellung sieht also wie folgt aus ( $R_{\text{REZ}}$  ausgezogen):



Als zweites Beispiel stellen wir die Peircesche Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) und deren duale Kategorienthematik (1.1 2.2 3.3) dar. Als REZ-Relationen:

$$R_{\text{REZ}} = [[[1_{-2}, 3], [1_{-1}, 2]], [1, 1]]$$

$$R_{\text{REZ}} \circ = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$



Wie man bereits anhand dieser beiden Beispiele sieht, gibt es also in REZ-Ordnungsrelationen weder reflexive, noch symmetrische noch transitive Relationen, was das Verhältnis der beiden zueinander dualen Strukturen jeder REZ-Repräsentationsrelation anbelangt. Dieses Ergebnis mag auf den ersten Blick sehr überraschen, da REZ ja, ebenso wie Benses Relationszahlen, Relationen über Peanozahlen sind. Im Gegensatz zu den Relationszahlen sind jedoch die relationalen Einbettungszahlen, was ihre Peanozahl-Basis betrifft, hierarchisch gestuft, so daß z.B. keine Loops in den Graphen von Ordnungsrelationen auftreten können.

#### Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundriß einer ordnungstheoretischen Semiotik. : European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

24.2.2012